

**Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy**

**LXXX Egzamin dla Aktuariuszy**

**Sesja egzaminacyjna w dniu 5 marca 2019 r.**

**Zarządzanie ryzykiem zakładu ubezpieczeń**

**Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: .....**

**Czas trwania egzaminu: 120 minut**

### Zadanie 1.

Towarzystwo ubezpieczeń na życie Barber Insurance S.A. w palecie swoich produktów oferuje specjalne ubezpieczenia o nazwie „Razor insurance”. Usługa ma charakter krótkookresowy. W okresach rocznych wymagane jest odnowienie ochrony. Istotą produktu jest to, że Towarzystwo wypłaca świadczenie w momencie kiedy fryzjer podczas golenia brody okaleczy klienta. Świadczenie wypłacane jest w sytuacji kiedy pacjent jest hospitalizowany oraz specjalna komisja lekarska określi stopień utraty zdrowia w skutek odniesionych ran. Wysokość świadczenia zależy od stopnia utraty zdrowia przez klienta Towarzystwa. W opinii komisji lekarskiej uwzględniona jest także utrata zdrowia psychicznego. Towarzystwo Barber Insurance S.A. posiada długoletnią tradycję w działalności ubezpieczeniowej. Początkowo działało na rynku europejskim jednakże zainteresowanie ofertą oraz osiągnięte wyniki pozwoliły na dynamiczny rozwój. Obecnie Towarzystwo oferuje swoje usługi praktycznie w każdym zakątku świata. Innowacyjna oferta ochrony zdrowia w skutek okaleczenia przez fryzjera podczas golenia brody oraz rosnący popyt na tego rodzaju usługę spowodowały, że Towarzystwo jest liderem w opisanej niszy. Jedną z przewag konkurencyjnych Towarzystwa związaną z tym produktem jest fakt, że Towarzystwo potrafi właściwie ocenić ryzyko oraz określić adekwatny poziom składki ubezpieczeniowej. W tym celu stosuje rozbudowany model GLM. Model uwzględnia szereg czynników takich jak na przykład: gęstość zaludnienia czy ilość zakładów fryzjerskich specjalizujących się w stryżeniu brody. Zarząd Barber Insurance S.A. chciałby zminimalizować wymagany wymóg kapitałowy. Jako aktuariusz Towarzystwa oceń stosowność zastosowania formuły standardowej w celu wyznaczenia całkowitego wymogu kapitałowego oraz podaj i opisz wymogi jakie powinien spełniać model wewnętrzny, który mógłby być użyty przez Towarzystwo. Czy zmiana systemu wypłacanego świadczenia na sumę stałą niezależną od stopnia utraty zdrowia tylko od faktu czy okaleczenie wystąpiło czy nie wpłynie na sposób wyznaczania wymogu kapitałowego, jeśli Towarzystwo zdecyduje się na wdrożenie modelu wewnętrznego?

### Rozwiązanie:

Podstawowe wymogi jakie powinien spełniać model wewnętrzny to:

- test użyteczności – model wewnętrzny powinien pełnić istotną rolę m.in. w systemie zarządzania ryzykiem, czy w procesie oceny i alokacji kapitału ekonomicznego oraz kapitału zabezpieczającego wypłacalność,
- standardy statystyczne – zakład ubezpieczeń powinien przedstawić m.in. metody wykorzystywane do wyznaczania prognozy funkcji rozkładu prawdopodobieństwa; zastosowane techniki ograniczania ryzyka; wykazać, iż dane są dokładne, kompletne i adekwatne,
- standardy kalibracji – zakład ubezpieczeń powinien przedstawić zastosowane m.in. miary ryzyka, horyzont czasowy, poziom ufności do kalibracji poszczególnych modułów ryzyka w modelu wewnętrznym,
- przypisanie zysków i strat – zakład ubezpieczeń powinien przedstawić źródła i przyczyny powstawania zysków i strat w działalności zakładu ubezpieczeń oraz w jaki sposób zostało to odzwierciedlone w modelu wewnętrznym,
- standardy walidacji – zakład ubezpieczeń powinien przedstawić metodologię oraz sposób przeprowadzania analiz wrażliwości, narzędzi stosowanych do walidacji modelu wewnętrznego,
- standardy dokumentacji – zakład ubezpieczeń powinien sporządzić dokumentację przedstawiającą m.in. strukturę, założenia, podstawy matematyczne i empiryczne modelu wewnętrznego,
- zakład ubezpieczeń powinien posiadać politykę wprowadzania zmian w modelu wewnętrznym.

Zmiana systemu wypłaty świadczenia ułatwi kalkulacje bowiem nie będzie konieczności szacowania intensywności wypadków.

**Zadanie 2.**

Zakład reasekuracji nabył 5-letnią obligację rządową w dniu jej emisji po cenie równej wartości nominalnej, która wynosi 1.000 zł. Oprocentowanie obligacji jest stałe i wynosi 2,1% p.a. Stopa dyskontowa wynosi 2%. Obligacja jest tak skonstruowana, że kupony są płatne w okresach rocznych. Na rynku pojawiają się informacje, że rynkowe stopy procentowe mogą w najbliższym czasie wzrosnąć o 75 pb. Proszę obliczyć *duration* oraz odpowiedzieć na pytanie czy zmieni się cena obligacji w przypadku wzrostu stóp procentowych. Jeśli cena ulegnie zmianie to proszę podać o jaką wartość.

**Rozwiązanie:**

Wyszczególnienie	Okres (t)					Łącznie:
	1	2	3	4	5	
CF	21	21	21	21	1 021	1 105
Stopa dyskontowa	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	-
PV	20,59	20,18	19,79	19,40	924,75	1 004,71
PV * t	20,59	40,37	59,37	77,60	4 623,76	4 821,68

*Duration* wyniesie: 4,8 roku

Przy prognozowanej zmianie stóp procentowych na poziomie +75 pb zmiana wartości obligacji wyniosłaby -3,53%, co kwotowo daje spadek wartości o 35,42 zł.

---

**Zadanie 3.**

Wymień i dokonaj charakterystyki podmodułów, z których składa się moduł ryzyka aktuarialnego w pozostałych ubezpieczeniach osobowych i ubezpieczeniach majątkowych.

---

**Rozwiązanie:**

Odpowiedz powinna zawierać co najmniej następujące podmoduły z których składa się moduł ryzyka aktuarialnego w pozostałych ubezpieczeniach osobowych oraz ubezpieczeniach majątkowych:

- 1) Ryzyka składki i rezerw w pozostałych ubezpieczeniach osobowych oraz ubezpieczeniach majątkowych - ryzyko straty lub niekorzystnej zmiany wartości zobowiązań o charakterze zobowiązań z tytułu umów ubezpieczenia w pozostałych ubezpieczeniach osobowych oraz ubezpieczeniach majątkowych i umów reasekuracji tych umów, wynikające ze zmienności w zakresie występowania, częstości i dotkliwości zdarzeń losowych objętych ochroną ubezpieczeniową lub umowami reasekuracji oraz zmienności w zakresie terminu i wysokości wypłat odszkodowań i innych świadczeń.
- 2) Ryzyka katastroficznego w pozostałych ubezpieczeniach osobowych oraz ubezpieczeniach majątkowych – ryzyko straty lub niekorzystnej zmiany wartości zobowiązań o charakterze zobowiązań z tytułu umów ubezpieczenia w pozostałych ubezpieczeniach osobowych oraz ubezpieczeniach majątkowych i umów reasekuracji tych umów, wynikające ze znaczącej niepewności założeń dotyczących ustalania wysokości składek oraz tworzenia i ustalania wartości rezerw techniczno-ubezpieczeniowych dla celów wypłacalności związanych z ekstremalnymi lub wyjątkowymi zdarzeniami losowymi.

**Zadanie 4.**

Towarzystwo ubezpieczeń na życie *Varsovia Życie S.A.* sprzedaje dwa rodzaje produktów: ubezpieczenia terminowe na życie oraz ubezpieczenie na życie, gdzie świadczenie wypłacane jest w formie renty. Fundusze ubezpieczeniowe zgromadzone przez Towarzystwo inwestowane są w obligacje skarbowe. Oba produkty dystrybuowane są w oddzielnych kanałach dystrybucji i administrowane przez wyodrębnione biura. Towarzystwo kalkuluje niezbędny kapitał ekonomiczny uwzględniając fakt, że oba produkty dotyczą niejako przeciwstawnych ryzyk (odpowiednio ryzyka umieralności i ryzyka długowieczności). *Varsovia Życie S.A.* w związku z tym oszacowało niezbędny kapitał ekonomiczny oddzielnie dla ubezpieczeń terminowych na życie na poziomie 10 mln zł, oraz dla ubezpieczeń na życie, gdzie świadczenie wypłacane jest w postaci renty na poziomie 25 mln zł. Jednocześnie oszacowano, że korelacja pomiędzy tymi liniami biznesu wynosi 0,25. Jako aktuariusz Towarzystwa oblicz poziom kapitału ekonomicznego łącznie uwzględniając macierz korelacji oraz wyznacz poziom korzyści związanych z efektem dywersyfikacji linii biznesowych. Wyjaśnij wpływ dywersyfikacji na poziom kapitału ekonomicznego i jego zmiany w sytuacji kiedy rozważane ryzyka są ze sobą w 100% skorelowane pozytywnie lub negatywnie.

**Rozwiązanie:**

Ryzyka skorelowane w 100% nie wygenerują pozytywnego efektu dywersyfikacji. W sytuacji 100% korelacji negatywnej ryzyka „zniosą” się wzajemnie. Efekt dywersyfikacji występuje w sytuacji kiedy ryzyka nie są w pełni skorelowane. W tej sytuacji prawdopodobne straty wynikające z realizacji ryzyk będą niższe niż oszacowany kapitał ekonomiczny. Wynika to z faktu, że prawdopodobieństwo tych strat jest niższe od poziomu istotności z jakim został oszacowany kapitał ekonomiczny. W konsekwencji poziom kapitału jaki jest niezbędny w przypadku ryzyk skorelowanych jest niższy niż poziom kapitały jaki wynika z sumy kapitału oszacowanego oddzielnie dla każdego ryzyka.

Bez efektu dywersyfikacji	35 000 000,00
Z efektem dywersyfikacji:	29 154 759,47
efekt dywersyfikacji	5 845 240,53

---

**Zadanie 5.**

Rozpatrujemy obligację skarbową zerokuponową. Obecna stopa *forward* (stopa w czasie od 0 do 1 – pierwszoroczna) jest równa 3%, stopa *forward* drugoroczna (w roku 1 do roku 2) jest równa 4%, stopa *forward* w trzecim okresie wynosi 5% (w roku 2 do roku 3). Dział inwestycyjny dokonał zakupu 3 letniej obligacji zerokuponowej (obligacja zerokuponowa o okresie do wykupu 3 lata) o wartości nominalnej równej 100.000 zł i kuponie równym 6.000 zł. Jaka będzie roczna stopa zwrotu z obligacji jeśli po pierwszym roku rynkowa krzywa dochodowości będzie płaska na poziomie 5%.

---

**Rozwiązanie:**

Uwzględniając informację na temat obligacji zawartą w pierwszym zdaniu oraz cechy obligacji wynikające z pozostałej treści zadanie należy rozwiązać wariantowo.

W wariacie pierwszym należy przyjąć, że mamy do czynienia z obligacją zerokuponową. W wariacie tym obliczona stopa procentowa wynosi 2,02%.

W wariacie drugim należy uznać, że obligacja wypłaca kupony równe 6000 zł rocznie. W wariacie tym uzyskana stopa procentowa wynosi 2,07%.

Rozwiązanie zadania było uznane za właściwe jeśli kandydat obliczył stopę procentową co najmniej w jednym z opisanych powyżej wariantów.

**Zadanie 6.**

Organizacja zrzeszająca niezależne firm audytorów energetycznych myśli o powołaniu własnego towarzystwa ubezpieczeń w celu objęcia ochroną ubezpieczeniową odpowiedzialności zawodowej audytorów (*professional liability insurance PLI*) zatrudnionych w firmach będących jej członkami. Działanie to ma na celu zaproponowanie audytorom ubezpieczenia *PLI* ze składką niższą od składki rynkowej, bez uwzględniania ich historii szkodowej. Dane są następujące informacje:

Organizacja zrzesza 100 firm audytorskich zatrudniających do 10 audytorów (mała firma) oraz 30 firm zatrudniających po 50 audytorów (duża firma). Małe firmy ubezpieczą średnią liczbę audytorów. Duże firmy jeśli podejmą decyzję o ubezpieczeniu wówczas ubezpieczą wszystkich zatrudnionych audytorów. Składka dotycząca podobnych polis w okresie ostatnich trzech lat na audytora wyniosła 1.800 zł/rocznie, w tym 300 zł to narzuty na koszty. W ostatnim roku składka rynkowa wzrosła do 2.500 zł., narzut kosztów pozostał ten sam.

**Tablica 6.1.** Parametry opisujące szkody z portfela.

	99,5% szkód:	0,5% szkód:
Średni poziom szkód	15.000 zł,	500 tys. zł
Częstość szkód w ostatnim roku	0,1	
Odchylenie standardowe wartości szkód	30% wartości zagregowanych szkód	
<b>Percentyl 99,5 rozkładu szkód znajduje się na poziomie 4,5 odchylenia standardowego powyżej wartości średniej szkód zagregowanych.</b>		

**Tablica 6.2.** Parametry opisujące ryzyko działalności lokacyjnej.

Oczekiwana stopa zwrotu z portfela lokat	3%
Odchylenie standardowe stopy zwrotu z portfela	25% średnich dochodów z inwestycji
Percentyl 0,5 rozkładu dochodów z inwestycji znajduje się na poziomie 2,2 odchylenia standardowego powyżej wartości średniej	
Oczekiwane straty z portfela inwestycyjnego ( <i>credit default losses</i> ) oszacowano na poziomie 0,7% rocznie	
Odchylenie standardowe rozkładu strat	50% wartości średniej
<b>Percentyl 99,5 rozkładu strat z portfela inwestycyjnego znajduje się na poziomie 2,5 odchylenia standardowego powyżej średniej.</b>	

**Tablica 6.3.** Zidentyfikowane parametry ryzyka operacyjnego.

	Prawdopodobieństwo wystąpienia	Szacowane straty [tys. zł]
<b>Ryzyko I</b>	0,05	500
<b>Ryzyko II</b>	0,03	850
<b>Ryzyko III</b>	0,0025	1.500

Zgodnie z obowiązującymi przepisami prawa organ nadzoru wymaga aby Towarzystwo ubezpieczeniowe posiadało kapitał regulacyjny w wysokości co najmniej najlepszego oszacowania rezerw wynikających z zawartych polis ubezpieczeniowych. Oszacowany kapitał

---

powinien gwarantować, że Towarzystwo będzie w stanie realizować zobowiązania wynikające z zawartych polis ubezpieczeniowych z prawdopodobieństwem 99,5%, przy założeniu niekorzystnego scenariusza rozwoju szkód.

Jako aktuariusz Towarzystwa **oblicz początkowy minimalny kapitał regulacyjny dla planowanego Towarzystwa ubezpieczeń**, opisując przyjęte założenia. W obliczeniach wykorzystaj także następującą informację: 40% firm (zarówno małych jak i dużych firm) wykupi polisy *PLI* dla swoich audytorów. Ryzyko rynkowe i ryzyko kredytowe są zależne w 100%. Koszty szkód oraz ryzyko operacyjne są niezależne od ryzyka rynkowego i kredytowego.

---

### **Rozwiązanie:**

Wartość minimalnego wymogu kapitałowego wynosi **1 975 211,24 zł.**

Wartość ta może różnić się w zależności od przyjętych ostatecznych założeń, jednak powinna wahać się w granicach 2 mln zł.

Zadanie było pozytywnie ocenione jeśli kandydat wykazał poprawny tok rozumowania oraz zastosował właściwe podejście do wyliczenia wymogu kapitałowego.

Kandydat powinien także zwrócić uwagę na fakt, że prawdopodobieństwo ryzyka III jest poza 99,5 percentylem dlatego narzut kapitałowy w związku z tym ryzykiem jest równy zero.

W przypadku ryzyka I oraz II można było założyć, że ryzyka te są rozłożone w ogonie rozkładu i przyjąć wielkość odpowiednio niższą niż 500.000 zł. i 850.000 zł.



**Zadanie 7.**

Zakład ubezpieczeń *Trójkąt S.A.* wyznacza rezerwy IBNR, w przypadku ubezpieczeń odpowiedzialności cywilnej ogólnej, opierając się na historycznych danych szkodowych przedstawionych w trójkącie szkód (tablica 7.1).

**Tablica 7.1.** Trójkąt szkód nieskumulowanych (w mln. zł.).

Lata zajścia szkody (i)	Lata rozwoju szkody (j)			
	0	1	2	3
0 (2015)	460	375	190	75
1 (2016)	485	325	158	
2 (2017)	468	225		
3 (2018)	420			

Na podstawie danych zawartych w tablicy 7.1 oszacuj wielkość rezerwy na niewypłacone odszkodowania i świadczenia na koniec analizowanego okresu wykorzystując prostą technikę *chain ladder (CL)* oraz *metodę Bornhuettera-Fergusona (BF)*. Porównaj otrzymane wyniki. Uzasadnij, czy można jednoznacznie stwierdzić, która metoda daje bardziej adekwatny wynik dotyczący szacowania poziomu zobowiązań zakładu ubezpieczeń. W obliczeniach wykorzystaj dane zawarte w tablicy 7.2. Jako miarę ekspozycji w metodzie B-F przyjmij składkę zarobioną. Czy metoda BF dopuszcza inne miary ekspozycji? Jeśli TAK to wymień jakie?

**Tablica 7.2.** Parametry portfela ubezpieczeń towarzystwa Trójkąt S.A.

	Liczba czynnych polis [tys. szt.]	Składka przypisana brutto [mln. zł]	ULR (współczynnik szkodowości)	Zmiana stanu rezerwy składki brutto [mln zł]
	1	2	3	4
2015	82	480	93%	65
2016	82	500	90%	55
2017	82	610	99%	68
2018	80	450	88%	45

**Rozwiązanie:**

Wartość rezerwy IBNR wyliczona metodą CL wynosi 762 mln zł.

Wartość rezerwy wyliczona metoda B-F wynosi 369 mln zł.

---

Wyliczając rezerwę IBNR dwoma wskazanymi metodami otrzymaliśmy różnicę na poziomie 393 mln zł. co stanowi 52% rezerwy wyliczonej metodą Chain-Ladder i o taką kwotę byłby lepszy wynik finansowy zakładu ubezpieczeń gdyby zastosował metodę B-F. Nie można jednoznacznie stwierdzić, która z powyższych metod jest lepsza i powinna być stosowana. Przy wyliczaniu rezerwy IBNR dla danej linii należy również uwzględnić jej specyfikę.

Metoda BF dopuszcza inne miary ekspozycji. Może to być na przykład składka przypisana brutto.

**Zadanie 8.**

Towarzystwo reasekuracji REAS S.A. podjęło działania zmierzające do ubezpieczenia ryzyka operacyjnego zakładów ubezpieczeń na życie i banków. Kilku z obecnych klientów towarzystwa REAS S.A. zawnioskowało o stworzenie takiej oferty. Wśród tych klientów poza towarzystwami ubezpieczeń znalazł się jeden bank. Każdy z nich przesłał to REAS S.A. dane dotyczące poziomu szkód wynikających z realizacji ryzyka operacyjnego z ostatnich kilku lat, tak żeby REAS S.A. ustaliło poziom składki rocznej za proponowane ubezpieczenie. Szeregi czasowe rocznych wartości szkód związanych z danym ryzykiem dla wszystkich klientów REAS S.A., którzy zgłosili swoje zainteresowanie mają następujące parametry statystyczne:

**Tablica 8.1.** Parametry statystyczne szeregów czasowych szkód wynikających z ryzyka operacyjnego klientów REAS S.A. (dane w zł).

Klient	Średnia arytmetyczna	Wariancja
TU T1 S.A.	25 000,00	200 000 000,00
TU T2 S.A.	15 000,00	150 000 000,00
TU T3 S.A.	10 000,00	40 000 000,00
Bank S.A.	40 000,00	500 000 000,00

W związku z brakiem doświadczenia z ubezpieczeniem przedmiotowego ryzyka i z jego wyceną, w celu skalkulowania składki rocznej za takie ubezpieczenie zaproponowano następujące kroki:

- dopasowanie rozkładu gamma za pomocą momentów (przy zastosowanej parametryzacji rozkładu gamma:  $E(X) = \alpha / \lambda$ ,  $V(X) = \alpha / \lambda^2$ ) do całkowitych szkód z tytułu ryzyka operacyjnego, zaraportowanych przez klientów REAS S.A.,
- wyliczenie wymogu kapitałowego w ujęciu jednostkowym przy pomocy VaR z założonym poziomem ufności równym 99,5%,
- wyznaczenie składek jako wartość oczekiwanej szkód zaraportowanych, powiększonych o koszt kapitału oraz powiększonych o 20% narzutu na pokrycie kosztów i zapewnienie zakładanego poziomu zysku. Koszt kapitału został określony jako 8% wymogu kapitałowego w ujęciu jednostkowym.

Jako aktuariusz Towarzystwa reasekuracji oblicz poziom składek dla każdego z klientów REAS S.A. wykorzystując parametry statystyczne podane w tablicy 8.1 oraz wartości strat z rozkładu gamma (tablica 8.2) dla 0,995 kwantyla.

**Tablica 8.2.** Kwantyle rzędu 0,995 dla rozkładu gamma dla danych parametrów  $\alpha$  i  $\lambda$ 

<b>Lambda (<math>\lambda</math>)</b>	<b>0,00013</b>	<b>0,00010</b>	<b>0,00025</b>	<b>0,00008</b>
<b>Alpha (<math>\alpha</math>)</b>				
<b>3,13</b>	75 943	94 929	37 972	118 661
<b>1,50</b>	64 191	64 191	25 676	80 238
<b>2,50</b>	33 499	83 748	33 499	104 685

- (i) Jaki byłby wymóg kapitałowy dla REAS S.A., gdyby wszyscy klienci zdecydowali się na zawarcie umowy reasekuracyjnej przy danym poziomie składek oraz przy założeniu, że ryzyka operacyjne poszczególnych klientów są od siebie niezależne.
- (ii) Jaki byłby wymóg kapitałowy dla REAS S.A., gdyby wszyscy klienci zdecydowali się na zawarcie umowy reasekuracyjnej przy danym poziomie składek oraz przy założeniu, że ryzyko operacyjne Banku S.A. jest zależne od ryzyka operacyjnego TU T3 S.A. ponieważ oba podmioty należą do jednej grupy kapitałowej. Korelacja pomiędzy ryzykiem operacyjnym Banku a ryzykiem operacyjnym TU T3 S.A. wynosi 0,5.

### Rozwiązanie:

#### Kroki

Stosując metodę momentów możemy zapisać, że parametry rozkładu są równe:

$$E(X) = \alpha / \lambda$$

$$V(X) = \alpha / \lambda^2$$

stąd, po przekształceniach otrzymujemy:

$$\lambda = E(X) / V(X)$$

$$\alpha = E(X)^2 / V(X)$$

Wyliczenie parametrów zestawiono poniżej:

<b>Klient</b>	<b>Alpha(<math>\alpha</math>)</b>	<b>Lambda (<math>\lambda</math>)</b>
TU T1 S.A.		3,13
TU T2 S.A.		1,50
TU T3 S.A.		2,50
Bank S.A.		3,20*

Na podstawie wartości 99,5 kwantyla z tablic rozkładu gamma dla obliczonych parametrów *alpha* i *lambda* otrzymujemy wymóg kapitałowy dla poszczególnych klientów

<b>Klient</b>	<b>Wymóg kapitałowy</b>
TU T1 S.A.	75 943,17
TU T2 S.A.	64 190,78
TU T3 S.A.	33 499,20
Bank S.A.	120 292,59*

Koszt kapitału stanowi 8%  
wymogu kapitałowego 0,08

<b>Klient</b>	<b>Koszt kapitału</b>
TU T1 S.A.	6 075,45
TU T2 S.A.	5 135,26
TU T3 S.A.	2 679,94
Bank S.A.	9 623,41

Uwzględniając narzut w wysokości 25% składki policzone dla poszczególnych klientów są równe:

1,25

<b>Klient</b>	<b>Składka reasekuracyjna</b>
TU T1 S.A.	38 844,32
TU T2 S.A.	25 169,08
TU T3 S.A.	15 849,92
Bank S.A.	62 029,26

Wymóg kapitałowy w sytuacji przyjęcia oferty przez wszystkich klientów REAS S.A. wynosi

**159 625,58**

Wymóg kapitałowy przy założeniu korelacji pomiędzy ryzykiem banku S.A. a TU T3 S.A.

**117 972,57**

\* w związku z brakiem w tabeli 8.2 informacji na temat wartości kwantyla rzędu 0,995 dla rozkładu gamma dla danych parametrów  $\alpha = 3,2$   $\lambda=0,00008$  w procesie wyznaczania wymogu kapitałowego wynikającego z planowanego ubezpieczenia ryzyka operacyjnego Banku S.A. można przyjąć wartość wymogu kapitałowego dla parametrów  $\alpha = 3,13$   $\lambda=0,00008$ ; wówczas składka dla Banku S.A. wyniosłaby 61 866,12 zł, a wymóg kapitałowy odpowiednia dla wariantu (i) 158 399,81 , a dla wariantu (ii) 117 740,72

Rozwiązanie zadania było uznane za prawidłowe w sytuacji, gdy kandydat poprawnie wyznaczył wymóg kapitałowy dla Banku S.A. dla parametrów  $\alpha = 3,2$   $\lambda=0,00008$  lub  $\alpha = 3,13$   $\lambda=0,00008$ .

**Zadanie 9.**

Na podstawie poniższych informacji wyznacz składkę netto  $P$  płaconą na początku każdego roku.

Mężczyzna w wieku 25-lat wykupił polisę bezterminową na życie ze świadczeniem 10.000,- zł, wypłacanym na koniec roku śmierci. Po 25 latach osoba ta zawiesza płaconie składek i otrzymuje dwie propozycje równoważnych aktuarialnie rozwiązań:

- propozycja pierwsza zamiany polisy na polisę *bezskładkową* ze świadczeniem zredukowanym do 8.000,- zł;
- propozycja druga polegająca na wypłacie rezerwy netto w formie dożywotniej renty w wysokości 500 zł, wypłacanej na początek każdego roku.

**Rozwiązanie:**

Na początku należy zapisać równania wynikające z analiza każdej z propozycji.

Analiza pierwszej propozycji prowadzi do następującego równania:

$$0,80 = \frac{{}_{25}V_{25}}{A_{50}} = 1 - \frac{P_{25}}{P_{50}}$$

Analiza drugiej propozycji do następującego równania:

$$\frac{{}_{25}V_{25}}{\ddot{a}_{50}} = 0,05$$

Korzystając z własności, że:

$$\frac{{}_{25}V_{25}}{\ddot{a}_{50}} = \frac{{}_{25}V_{25}}{A_{50}} * \frac{A_{50}}{\ddot{a}_{50}} = \left(1 - \frac{P_{25}}{P_{50}}\right) * P_{50} = P_{50} - P_{25}$$

W efekcie otrzymujemy następujący układ równań:

$$\begin{cases} 0,05 = P_{50} - P_{25} \\ 0,80 = 1 - \frac{P_{25}}{P_{50}} \end{cases}$$

Powyższy układ równań należy rozwiązać względem  $P_{25}$ ; otrzymujemy  $P_{25}=0,125$ . Po przemnożeniu przez sumę ubezpieczenia poziom rocznej składki netto  $P$  wynosi **125zł**.

**Zadanie 10.**

Dane są następujące stopy procentowe *spot*:

- 90 – dniowa, równa 2,2%
- 270 – dniowa, równa 2,8%.

Wyznacz stopę *forward* 180-dniową za 90 dni (stopę 6-miesięczną za 3 miesiące).

Przyjmij umowną liczbę dni w roku równą 360.

Dodatkowo wymień i omów podstawowe teorie struktury terminowej stóp procentowych. Czy wzrost lub spadek krótkoterminowych, średnioterminowych i długoterminowych stóp procentowych w przybliżeniu o tę samą wielkość spowoduje zmianę nachylenia krzywej dochodowości?

**Rozwiązanie:**

Podstawowe teorie struktury terminowej stóp procentowych to:

- *teoria segmentacji rynku* – zakłada, że na rynku instrumentów dłużnych występują segmenty odpowiadające różnym okresom udostępniania kapitału, np. dzienny, półroczny, roczny. Według tej teorii niektórzy inwestorzy indywidualni i instytucjonalni preferują obligacje o określonym terminie wykupu, a stopy dochodu w poszczególnych segmentach rynku nie zależą od siebie. Założenie o niezależności stóp procentowych jest wadą tej teorii.
- *teoria oczekiwań* – głosi, że stopy długoterminowe zależą od stóp krótkoterminowych. Wychodzi z założenia, że długoterminowe stopy procentowe są średnią geometryczną oczekiwanych przyszłych krótkoterminowych stóp procentowych.
- *teoria preferencji płynności* – jednym ze składników stopy dochodu jest premia płynności. Premia ta rośnie w miarę wzrostu horyzontu inwestycji. Z reguły teoria ta wyjaśnia normalną krzywą dochodowości.
- *teoria preferowanego habitatu* – jest podobna do teorii segmentacji rynku, lecz dodatkowo wyjaśnia, że segmentacja rynku występuje z powodu preferencji podmiotów. Teoria wyjaśnia np. łukowatą krzywą dochodowości, która występuje w sytuacji, gdy występują zwiększone preferencje w zakresie podaży kapitału krótkoterminowego i kapitału długoterminowego w stosunku do kapitału średnioterminowego.

Opisana zmiana stóp procentowych spowoduje przesunięcie krzywej dochodowości, a nie zmianę jej nachylenia.

W celu wyznaczenia stopy *forward* na  $v$  dnia za  $s$  dni korzystamy z następującego wzoru:

$$r_{s,v} = \frac{N}{v} \left( \frac{1 + r_m \frac{m}{N}}{1 + r_s \frac{s}{N}} - 1 \right)$$

gdzie:

$r_{s,v}$  – stopa terminowa na  $v$  dni za  $s$  dni;  $m=s+v$ ;  $N$  - umowna liczba dni w roku;  $r_m$  – stopa *spot* na  $m$  dni;  $r_s$  - stopa *spot* na  $s$  dni.

Szukana stopa *forward* wynosi: **3,08%**

**Egzamin dla Aktuariuszy****Sesja egzaminacyjna w dniu 05 marca 2019r.****Zarządzanie ryzykiem zakładu ubezpieczeń****Arkusz ocen**

Zadanie nr	Punktacja
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	